

物理数学 3 講義ノート  
—物理学の問題を解くための数学—

千葉 剛

**Abstract**

注: 物理数学 3 の講義内容をメモ書きしたノート。物理数学 1・2 で扱った内容 (常微分方程式・ベクトル解析・複素解析) は前提としている。必要に応じて各自復習すること。各自内容をよく読み、途中にある課題を期日までに解いて提出すること。

## Contents

0. はじめに	5
1. フーリエ変換	7
1-1. フーリエ級数	7
1-2. フーリエ級数の複素表示	10
1-3. フーリエ変換	11
1-4. デルタ関数	12
1-5. 微分のフーリエ変換	13
1-6. 多変数関数への拡張	14
参考文献	14
2. 偏微分方程式：ポアソン方程式	15
2-1. グリーン関数法	15
2-2. ポアソン方程式の例	19
参考文献	19
3. 偏微分方程式：熱伝導方程式	20
3-1. 熱伝導方程式	20
3-2. フーリエ変換	22
3-3. 熱源がある場合	23
3-4. 熱伝導方程式の例	24
参考文献	24
4. 偏微分方程式：波動方程式	25
4-1. 弦の振動	25
4-2. 1次元波動方程式の一般解	26
4-3. 音波	27
1. 流体方程式（1次元）	27
2. 音波	28
3. 流体方程式（3次元）	29
4-4. 電磁波	30
4-5. 波源のある場合の波動方程式とグリーン関数	32

参考文献	37
<b>5. 直交曲線座標</b>	<b>38</b>
5-1. ベクトルの成分表示	38
5-2. 勾配 (gradient)	39
5-3. 発散 (divergence)	39
5-4. 回転 (rotation)	40
5-5. ラプラス演算子	40
5-6. 極座標	41
5-7. 球面波	43
<b>6. 固有 (基準) 振動</b>	<b>44</b>
6-1. 弦の固有振動	44
6-2. 矩形膜の固有振動	46
1. 膜の波動方程式	46
2. 固有振動	47
6-3. 円形膜の固有振動	49
<u>ベッセル関数</u>	51
参考文献	56
<b>7. 多重極展開</b>	<b>57</b>
7-1. ラプラス方程式	57
7-2. ルジャンドル多項式	59
1. ロドリゲスの公式	60
2. 直交性	61
3. ルジャンドル展開	62
7-3. ルジャンドル陪多項式	63
1. 直交性	64
7-4. 球面調和関数	65
7-5. 多重極展開	66
<u>重力ポテンシャルの場合の多重極展開</u>	69
1. 加法定理	71
2. 極座標での多重極展開	73

参考文献	73
<b>8. 楕円関数</b>	<b>74</b>
8-1. 単振り子	74
1. Jacobi の楕円関数	76
2. 振り子の周期：第 1 種完全楕円積分	77
8-2. 楕円の周長：第 2 種完全楕円積分	78
8-3. $\text{cn}$ , $\text{dn}$ , $\text{tn}$ および楕円関数の微分	79
8-4. 楕円関数の加法定理	81
8-5. 楕円関数の周期	82
1. 実数方向の周期	82
2. 虚数変数の楕円関数	82
3. 虚数方向の周期	83
8-6. なわとびのひもの形	85
参考文献	88
<b>9. 中心力ポテンシャルによる散乱問題</b>	<b>89</b>
9-1. グリーン関数法	89
1. アイコナール近似	91
2. ベッセル関数の積分表示	93
9-2. 部分波展開の方法	94
1. 球ベッセル関数	95
2. 平面波の部分波展開	95
3. 散乱振幅の部分波展開	97
4. アイコナール近似	99
参考文献	101
参考文献	102